جابه‌جایی آزاد در محیط متخلخل با تولید حرارت حجمی (حل خود تشابهی)*

محسن نظری(۱) — اسماعیل شاکری‌نژاد(۲) — محمد حسن کیهانی(۳)

چکیده در این مقاله، به بررسی انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد از یک صفحه‌ی گرم عمودی در یک ماده متخلخل پرداخته شده است. برای بیان معادلات انرژی در فازهای سیال و جامد از مدل عدم تعادل حرارتی استفاده شده است. مسأله برای حالتی که در فاز سیال منبع تولید حرارت وجود دارد، مورد تحلیل قرار گرفته است. ضمناً نتایج در حالت عدم تولید گرمای داخلی در فاز سیال، بررسی و تحلیل شده است. معادلات حاکم بر مسأله از روش تشابهی استخراج شده و با روش عددی مورد تحلیل قرار گرفته است. استخراج معادلات تشابهی در حالت عدم تعادل حرارتی بین فازها، و با در نظر گرفتن منبع تولید حرارتی داخلی، در این مقاله ارائه و بررسی شده است. توزیع سرعت و دما بر روی صفحه، به ازای مقادیر مختلف پارامترهای موجود در مسأله، ترسیم شده و به بررسی عدد ناسلت محلی، برای فاز سیال و جامد پرداخته شده است. اثرات مکش و دهش بر روی ضخامت لایه‌مرزی نیز مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج به‌دست‌آمده از حل تشابهی، با نتایج منتشر شده در حالت تعادل حرارتی بین فازها مقایسه شده است.

واژه‌های کلیدی انتقال حرارت جابه‌جایی، حل تشابهی، عدد ناسلت، مکش و دهش.

Natural Convection in a Porous Medium with Heat Generation: Self-Similar Solution

M. Nazari — E. Shakeri nejad — M.H. Kayhani

Abstract *Natural convection heat transfer from a vertical heated plate in a saturated porous medium is analyzed under thermal non-equilibrium assumptions. The plate is maintained at a non uniform temperature and the fluid is considered to be with internal heat generation. The coupled momentum and energy equations for fluid and solid phases are transformed to a similarity format, and solved numerically. The resulting velocity and temperature distributions are shown for different values of the problem parameters. Also the values of the local Nusselt numbers for both solid and fluid phases are shown. The effect of suction/injection on the free convection boundary layer is also studied. The obtained results are compared with those presented in the literature in the case of thermal equilibrium model.*

Key Words Free Convection, Similarity Solution, Nusselt Number, Suction and Injection

---

* تاریخ دریافت مقاله ۹۰/۱۱/۹ و تاریخ پذیرش آن ۹۱/۱۲/۲۰ می‌باشد.

(۱) نویسنده‌ی مسؤول: استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

(۲) دانشجوی دکترای مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

(۳) استاد دانشکده مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

مقدمه

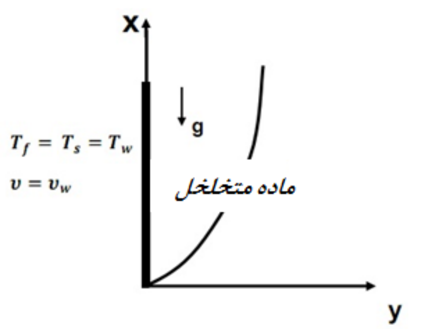
بررسی جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد کاربردهای فراوانی در زمینه‌های ژئوفیزیک، طراحی عایق‌های حرارتی ساختمان، مخازن نفتی، رآکتورهای خورشیدی و بسترهای ذخیره‌سازی انرژی دارد. در دهه‌های اخیر مطالعات عددی، آزمایشگاهی و تحلیلی زیادی در مورد انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد انجام شده است. برای نمونه، بدرودین و همکارانش [1] اثر تلفات لزجی و تشعشع حرارتی را بر انتقال حرارت جابه‌جایی روی یک استوانه‌ی عمودی حلقوی در یک محیط متخلخل به روش عددی اجزای محدود (فرم غیر تشابهی) مورد بررسی قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که اتلاف لزجی باعث کاهش عدد ناسلت متوسط بر صفحه‌ی گرم و افزایش آن بر صفحه‌ی سرد استوانه می‌شود. چن [2] نیز به بررسی اثرات دوفور و سورت بر جریان لایه‌ی مرزی، در بحث انتقال حرارت و جرم بر یک استوانه‌ی عمودی در یک محیط متخلخل پرداخت. در بررسی او که معادلات در نهایت به فرم تشابهی در آمده بود، فرض بر این بود که سیال نیوتونی، توزیع دما و غلظت بر روی دیواره ثابت و تعادل حرارتی بین فازها برقرار است. وی به این نتیجه رسید که با کاهش اثر دوفور، عدد ناسلت محلی افزایش می‌یابد و افزایش عدد لوئیس باعث تأثیر افزاینده‌ی اثر دوفور بر ناسلت متوسط می‌شود. ایلیو و همکارانش [3] به بررسی اثر تغییرات ضریب نفوذپذیری، شار جرمی سطح و ناپایداری‌های گردابی بر انتقال حرارت جابه‌جایی روی یک صفحه‌ی افقی نفوذپذیر در محیط متخلخل پرداختند. در بررسی آن‌ها از پارامترهای تشابهی استفاده شد و نتایج آن‌ها نشان دهنده‌ی کاهش انتقال حرارت در اثر ضریب اینرسی بود. کریشنا و همکارانش [4] انتقال حرارت جابه‌جایی در یک محیط متخلخل دو بعدی غیر همگن با فرض مدل تعمیم‌یافته‌ی دارسی و گرمای تولیدی داخلی را به روش عددی (فرم غیر تشابهی) مورد بررسی قرار دادند. مؤلفان گزارش کردند که فرض غیرهمگن بودن محیط متخلخل اثرات قابل‌توجهی بر رفتار جریان و انتقال حرارت می‌گذارد. ماکیند [5] به بررسی ترکیب انتقال حرارت جابه‌جایی، تشعشع و انتقال جرم یک صفحه‌ی عمودی نفوذپذیر متحرک پرداخت. فرضیات به‌کار برده‌شده به این صورت است که دما و غلظت روی صفحه، غیریکنواخت است و سیال محیط خاکستری، شامل جذب و تابش می‌باشد. معادلات در نهایت به فرم تشابهی در آمده و توزیع سرعت، دما و غلظت برای مقادیر مختلف پارامترهای موجود در مسأله، محاسبه شده است. نازار و همکارانش [6] به بررسی حل تشابهی انتقال حرارت جابه‌جایی در حالت پایا، روی یک صفحه‌ی افقی و عمودی در یک محیط متخلخل، پرداختند؛ معادلات در نهایت به فرم تشابهی در آمده و نمودار لایه‌ی مرزی سرعت و دما را برای مقادیر مختلف پارامترهای مسأله بررسی کردند. جایانتی و کوماری [7] به بررسی اثر تغییرات ویسکوزیته روی انتقال حرارت جابه‌جایی ناشی از یک صفحه‌ی عمودی در محیط متخلخل به فرم تشابهی پرداختند و از مدل توسعه‌یافته‌ی دارسی و سیال غیر نیوتونی استفاده کردند. هم‌چنین تأثیر اعداد پکلت، رایلی و شاخص ویسکوزیته بر سرعت، دما و انتقال حرارت را مورد مطالعه قرار دادند. پوستلنیکا و همکارانش [8] به بررسی جابه‌جایی آزاد بر صفحه‌ی عمودی در یک محیط متخلخل با حضور گرمای تولیدی داخلی پرداختند. در این بررسی معادلات به فرم تشابهی تبدیل شده و اثرات مکش/دهش بر عدد ناسلت محلی بر روی دیواره و پروفایل سرعت در دو حالت با و بدون گرمای تولیدی مورد بررسی قرار گرفته است. علی [9] نیز به بررسی اثرات مکش/دهش

بر لایه‌های مرزی جابه‌جایی آزاد ایجادشده توسط قرار گرفتن یک صفحه‌ی گرم در محیط متخلخل پرداخت. در این بررسی گرمای تولیدی نیز وجود دارد. هم‌چنین فرض شده که جریان پایا و آرام بوده و از فرضیات دارسی و بوزینسک استفاده شده است. مسأله به‌صورت تشابهی بررسی شده ولی برای برخی مقادیر حل دقیق نیز ارائه شده است. وانگ و همکارانش [10] به بررسی جابه‌جایی طبیعی بر روی یک صفحه‌ی عمودی در یک محیط متخلخل پرداختند. معادلات شامل مومنتوم، انرژی و غلظت بوده که به فرم تشابهی درآمده و به‌صورت تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته است. از مدل غیر دارسی برای معادله‌ی مومنتوم و از مدل تعادل حرارتی برای معادله‌ی انرژی استفاده شده است. هم‌چنین صفحه نفوذپذیر بوده و در دمای ثابت قرار دارد.

حسین و همکارانش [11] به بررسی انتقال حرارت و جرم ترکیب‌شده در یک جریان جابه‌جایی طبیعی در امتداد یک استوانه عمودی نفوذپذیر که در یک محیط متخلخل اشباع قرار گرفته پرداختند و از فرم غیر دارسی برای معادله‌ی مومنتوم استفاده کردند. بررسی به‌صورت تشابهی حل شده است. در این بررسی اثرات پارامترهای مختلف بر سرعت، دما و غلظت اجزا مورد مطالعه قرار گرفته است. هم‌چنین مؤلفان همین مقاله به بررسی انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد یک استوانه‌ی عمودی در حالت عدم تعادل پرداختند [12] و توزیع دما، سرعت و عدد ناسلت به ازای پارامترهای مختلف مسأله بررسی شد. هم‌چنین بررسی به‌صورت تشابهی حل شده است. علی رغم مطالعات زیاد در زمینه‌ی انتقال حرارت جابه‌جایی در مواد متخلخل، حل تشابهی جریان سیال و انتقال حرارت در حالت عدم تعادل حرارتی بین فازهای سیال و جامد کاری نو در این زمینه است. در این حالت، معادلات انرژی در دو فاز سیال و جامد به یکدیگر مرتبط هستند و برای حل تشابهی، نیازمند پارامتر مناسبی جهت تعریف دما هستیم. حل‌های تحلیلی و نیمه تحلیلی موجود، بیش‌تر بر فرض تعادل حرارتی بین فازهای سیال و جامد تکیه می‌کنند و معادله‌ی انرژی متوسط بین فازها را مورد بررسی قرار می‌دهد. هدف از این مطالعه، بررسی لایه‌ی مرزی سرعت و دما برای یک صفحه‌ی گرم عمودی در محیط متخلخل، در حالت عدم تعادل حرارتی، و محاسبه سرعت، توزیع دمای فازهای سیال و جامد و عدد ناسلت محلی می‌باشد. برای این منظور، از حل تشابهی استفاده شد و معادلات مربوطه استخراج و تحلیل می‌گردند. اثرات مکش و دهش بر لایه‌ی مرزی سرعت و دما نیز مورد بررسی قرار گرفته است. ضمناً در حالتی که در فاز سیال منبع تولید گرما وجود دارد به تشریح مسأله پرداخته شده است.

معادلات حاکم

هندسه و شرایط مرزی محیط مورد نظر در شکل (۱) نمایش داده شده است. صفحه‌ی مورد بررسی می‌تواند نفوذپذیر ($v_w \neq 0$) یا نفوذناپذیر ($v_w = 0$)باشد. توزیع دمای صفحه، غیریکنواخت و به‌صورت $T_w = T_\infty + Ax$ در نظر گرفته شده است. در این مسأله، فرض بر این است که صفحه قرار داده شده در محیط متخلخل، گرم است. در نتیجه، A عددی مثبت می‌باشد.



شکل ۱ نمودار مفهومی محیط متخلخل و مختصات مسأله

خواص سیال ثابت در نظر گرفته شده و فقط چگالی آن در جمله‌ی مربوط به نیروی شناوری، با تغییرات دما، متغیر است. معادلات حاکم با فرض عدم تعادل حرارتی، مدل دارسی برای معادله‌ی مومنتوم، سیال لزج و تراکم‌ناپذیر و تولید گرما در فاز سیال به‌صورت زیر است:[8]

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{gK\beta}{\nu}\frac{\partial T_f}{\partial y} \tag{2}$$

$$u\frac{\partial T_f}{\partial x}+v\frac{\partial T_f}{\partial y}= \varepsilon\alpha_f\frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2}+\frac{h}{(\rho c_p)_f}\left(T_s-T_f\right)+\frac{q'''}{(\rho c_p)_f} \tag{3}$$

$$\left(1-\varepsilon\right)k_s\frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2}+h\left(T_f-T_s\right)=0 \tag{4}$$

که x, y به ترتیب در جهت امتداد و عمود بر صفحه در نظر گرفته شده‌اند. هم‌چنین u, v مؤلفه‌های سرعت در جهت x, y می‌باشند. T دما، εضریب تخلخل، ν ویسکوزیته سینماتیکی، K ضریب نفوذپذیری ماده‌ی متخلخل، α ضریب پخش و h ضریب انتقال حرارت داخلی در مقیاس حفره، بین دو فاز سیال و جامد است. شرایط مرزی مسأله به‌صورت زیر است:

$$\begin{aligned} &T_f(x,0)=T_w(x)\ ,\ T_f(x,\infty)=T_\infty \\ &T_s(x,0)=T_w(x)\ ,\ T_s(x,\infty)=T_\infty \\ &v(x,0)=v_w(x)\ ,\ u(x,\infty)=0 \end{aligned} \tag{5}$$

میزان گرمای تولیدشده در فاز سیال، به‌صورت زیر فرض می‌شود:

$$q'''=\frac{\varepsilon k_f(T_w-T_\infty)}{x^2}e^{-\eta}Ra_x \tag{6}$$

برای بی‌بعد کردن معادلات از متغیرهای زیر استفاده می‌شود [9,13]:

$$\begin{aligned} &\Psi=\alpha_{PM}Ra_x^{\ 0.5}f(\eta),\ \eta=Ra_x^{\ 0.5}(\frac{y}{x}), \\ &u=\frac{\partial\Psi}{\partial y}=\frac{\alpha_{PM}}{x}Ra_x\,f'(\eta), \\ &v=-\frac{\partial\Psi}{\partial x}=-\frac{\alpha_{PM}}{x}Ra_x^{\ 0.5}f(\eta), \\ &\theta_f=\frac{T_f-T_\infty}{T_w-T_\infty},\theta_s=\frac{T_s-T_\infty}{T_w-T_\infty}, \\ &\alpha_{PM}=\frac{K_{PM}}{(\rho C)_f}=\frac{\varepsilon K_f+(1-\varepsilon)K_s}{(\rho C)_f}, \\ &\frac{\gamma+1}{\gamma}=\frac{K_{PM}}{\varepsilon K_f},\ T=T_\infty+Ax\theta(\eta) \end{aligned} \tag{7}$$

f, f' و θ معرف تابع جریان، سرعت عمودی و توزیع دمای بدون‌بعد هستند. هم‌چنین عدد رایلی در روابط به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} Ra_x &= gK\beta(T_w-T_\infty)x/\nu\alpha_{PM} \\ &= gK\beta Ax^2/\nu\alpha_{PM} \end{aligned} \tag{8}$$

با قرار دادن روابط معادله‌ی (۷) در معادلات حاکم (۱-۴)، معادلات بی‌بعد به‌صورت زیر استخراج خواهند شد:

$$f''=\theta_f' \tag{9}$$

$$\theta_f''+\frac{\gamma+1}{\gamma}f\,\theta_f'+H\left(\theta_s-\theta_f\right)-\frac{\gamma+1}{\gamma}f'\theta_f+e^{-\eta}=0 \tag{10}$$

$$\theta_s''+H\gamma\left(\theta_f-\theta_s\right)=0 \tag{11}$$

در معادلات بالا، نسبت ضرایب هدایت حرارتی بین دو فاز و هم‌چنین ضریب انتقال حرارت بدون‌بعد (در مقیاس حفره) ظاهر شده است و به‌صورت زیر

تعریف می‌شود:

$$\gamma=\varepsilon k_f/(1-\varepsilon)k_s\,,\ H=hx^2/\varepsilon k_f Ra_x \qquad (۱۲)$$

شرایط مرزی بدون‌بعد نیز به‌صورت زیر است:

$$\begin{aligned}&\theta_f(\eta=0)=1\,,\ \theta_f(\eta=\infty)=0\\&\theta_s(\eta=0)=1\,,\ \theta_s(\eta=\infty)=0\\&f(\eta=0)=f_w\,,\ f'(\eta=\infty)=0\end{aligned} \qquad (۱۳)$$

هم‌چنین سرعت مکش یا دهش روی دیواره به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$v_w=-\frac{\alpha_{PM}}{x}Ra_x^{0.5}f(0) \qquad (۱٤)$$

پارامتر مکش/ دهش بی‌بعد به‌صورت $f(0)=f_w$ تعریف می‌شود، که $f_w=0$ مربوط به صفحه‌ی نفوذناپذیر، $f_w>0, v_w<0$ مربوط به مکش و $f_w<0, v_w>0$ مربوط به دهش است. شار حرارتی برای فاز سیال و جامد روی دیواره به‌صورت زیر است:

$$q_f=-k_f\frac{\partial T_f}{\partial y}\Big|_{y=0}\quad q_s=-k_s\frac{\partial T_s}{\partial y}\Big|_{y=0} \qquad (۱۵)$$

که k ضریب هدایت سیال و جامد است. این معادله با استفاده از معادلات (۷)، معادله‌ی (۱۵) به‌صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\begin{aligned}&q_f=-k_f(T_w-T_\infty)\theta_f'(0)\frac{Ra_x^{0.5}}{x}\\&q_s=-k_s(T_w-T_\infty)\theta_s'(0)\frac{Ra_x^{0.5}}{x}\end{aligned} \qquad (۱٦)$$

عدد ناسلت محلی برای فازهای سیال و جامد به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned}&Nu_f=\frac{q_f x}{k_f(T_w-T_\infty)}\\&Nu_s=\frac{q_s x}{k_s(T_w-T_\infty)}\end{aligned} \qquad (۱۷)$$

با استفاده از معادلات (۱٦)، معادلات (۱۷) به‌صورت زیر قابل استخراج است:

$$\begin{aligned}&\frac{Nu_f}{Ra_x^{0.5}}=-\theta_f'(\eta=0)\\&\frac{Nu_s}{Ra_x^{0.5}}=-\theta_s'(\eta=0)\end{aligned} \qquad (۱۸)$$

نتایج و بحث

برای حل سیستم معادلات دیفرانسیل معمولی (۱۱-۹) با شرایط مرزی ۱۳ از برنامه‌نویسی در نرم‌افزار متلب استفاده شده است که از روش شوتینگ و بر پایه‌ی روش سیمپسون انجام می‌شود. حل عددی مسأله، برای مقادیر مختلف پارامترهای γ، H و f_w به‌دست‌آمده است. تعداد گره‌های به‌کار برده‌شده در جهت η، ۱۰۰ گره یکنواخت می‌باشد. هم‌چنین پروسه‌ی تکرار تا جایی که خطاها در همه متغیرها به $۱۰^{-۳}$ برسد، ادامه می‌یابد.

ضخامت لایه‌ی مرزی در این مسأله وابسته به پارامترهایی مانند H، γ و f_w است. هر چه مقادیر این سه پارامتر کوچک‌تر شود ضخامت لایه‌ی مرزی بزرگ‌تر می‌شود پس بحرانی‌ترین حالت در این مطالعه (با توجه به مقادیر مورد بررسی این پارامترها در نمودارها) مربوط به کوچک‌ترین مقادیر این سه پارامتر (حالت۱= H، ۱= γ و $f_w=-۰.٦$) می‌باشد. در این حالت (که بحرانی‌ترین حالت است) مقدار η_{max} باید به گونه‌ای باشد که نمودارهای لایه‌ی مرزی در انتها کاملاً افقی شود. ما در این بررسی این مقدار را ۱۰ در نظر می‌گیریم که در برگیرنده‌ی تمامی حالات مسأله است.

از دید مؤلفان، بررسی پارامترهای مختلف، در انتخاب این عدد بسیار حائز اهمیت است. عدم انتخاب درست این عدد، منجر به نتایج نادرست عددی خواهد شد. نکته‌ی حائز اهمیت این است که معادلات حاکم بر مسأله در حالت عدم تعادل حرارتی بین فازها، می‌تواند با تغییری کوچک، اصلاح و به شکل تعادل حرارتی بین دو فاز سیال و جامد تبدیل شود. در این حالت، یک معادله‌ی انرژی متوسط‌گیری‌شده در محیط متخلخل داریم. برای رسیدن به حالت تعادل حرارتی، به‌سادگی می‌توان پارامتر H را برابر صفر قرار داد. معنی این کار، این است که معادله‌ی انرژی حاکم بر فاز سیال را برای هر دو فاز در نظر بگیریم و از معادله‌ی انرژی فاز جامد، صرف نظر کنیم.

اگر بخواهیم بر این انتخاب پارامتر H (برای رسیدن به تعادل حرارتی) دقیق شویم، باید بگوییم که در عمل، انتخاب مقدار بسیار بزرگ برای این پارامتر، تأمین‌کننده‌ی شرط تعادل حرارتی است، ولی باید دقت کرد که برای این منظور، به روش بی‌بعدسازی متفاوتی نیاز است.

در بسیاری از مقالات مرتبط با حل تشابهی، توجه چندانی به این مورد نشده است. برای درک بهتر مسأله می‌توان به مقالات [16-14] و نحوه‌ی بی‌بعدسازی مسأله مراجعه کرد. در هر حال، برای اعتبارسنجی روش ارائه‌شده در این مقاله، نتایج به‌دست‌آمده از حالت تعادل حرارتی در جدول (۱) ارائه شده است و با نتایج سایر نویسندگان مقایسه شده است.

نتایج به‌دست‌آمده تطابق مناسبی با نتایج منتشرشده دارند. همان‌گونه که قبلاً ذکر شد، حل تشابهی برای یک صفحه‌ی گرم در ماده متخلخل، در حالت تعادل حرارتی منتشر شده و این مقاله، گسترش حل تشابهی برای حالت عدم تعادل حرارتی بین دو فاز است.

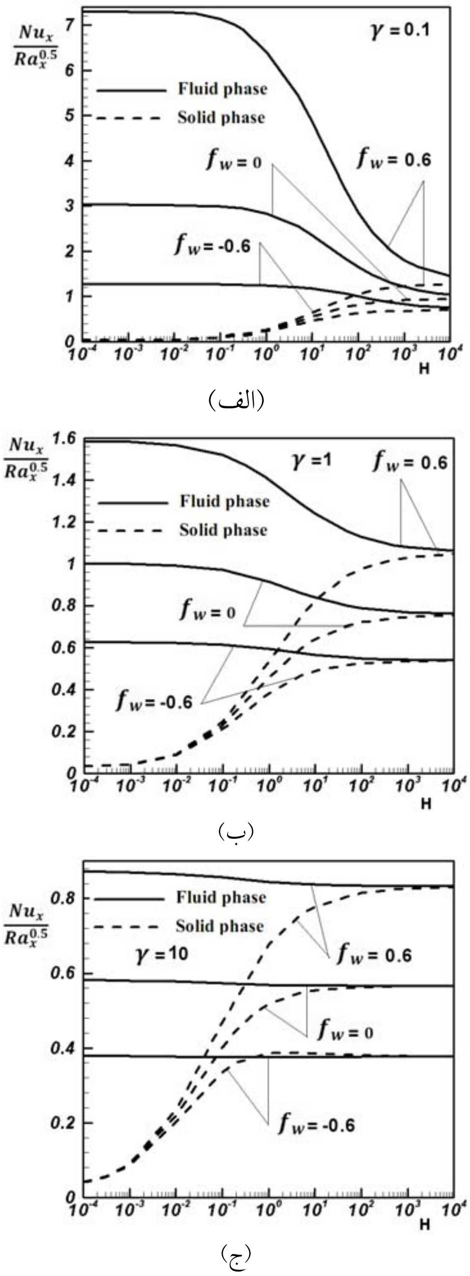
جدول ۱ مقایسه‌ی نتایج به‌دست‌آمده برای یک صفحه‌ی گرم عمودی با توزیع دمای $T_w = T_\infty + Ax$ در حالت تعادل حرارتی و بدون گرمای تولیدی

f_w	$f''(0) = \theta'(0)$			
	مگیاری [17]	چنگ [13]	علی [9]	مطالعه حاضر
−۱	−۰/۶۱۸	−۰/۶۱۸	−۰/۶۱۸	−۰/۶۱۸
−۰/۸	−۰/۶۷۷	−۰/۶۷۷	−۰/۶۷۷	−۰/۶۷۷
−۰/۴	−۰/۸۱۹۸	−۰/۸۱۹۸	−۰/۸۱۹۸	−۰/۸۱۹۸
۰	−۱	−۱	−۱	−۱
۱	−۱/۶۱۸	−۱/۶۱۸	−۱/۶۱۸	−۱/۶۱۸

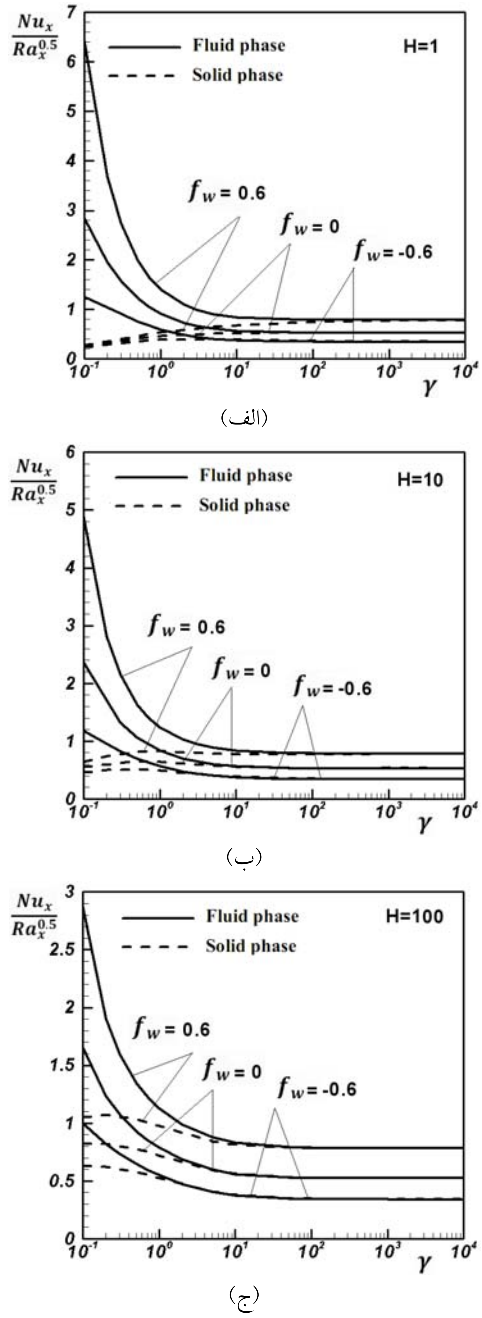
شکل (۲) تغییرات ناسلت محلی برای فازهای سیال و جامد را بر حسب پارامتر H برای مقادیر مختلف f_w, γ در حالت گرمای تولیدی در فاز سیال نشان می‌دهد. به‌طور مشابه، شکل (۳) بیانگر تغییرات ناسلت محلی برای فازهای سیال و جامد بر حسب پارامتر γ است. همان‌طور که از این دو نمودار مشخص است، افزایش پارامتر H باعث کاهش ناسلت محلی برای فاز سیال و افزایش ناسلت محلی برای فاز جامد می‌شود. هم‌چنین افزایش پارامتر H باعث کاهش اختلاف مقدار ناسلت محلی بین دو فاز سیال و جامد شده است، بنابراین برای رسیدن به حالت تعادل حرارتی بین فازها، می‌توان مقدار پارامتر H را به اندازه‌ی کافی بزرگ اختیار کرد.

علاوه بر این، کاهش پارامتر H به معنی افزایش ضخامت لایه‌ی مرزی دمایی فاز جامد است، که در حالت حدی متناسب با میل کردن عدد ناسلت فاز جامد به سمت صفر است. نمودارها نیز به روشنی این مفهوم را منتقل می‌کنند. افزایش مقدار γ نیز باعث کاهش ناسلت محلی برای سیال می‌گردد در حالی که برای فاز جامد چنین روندی مشاهده نمی‌شود. افزایش پارامتر γ باعث کاهش اختلاف ناسلت محلی بین سیال و جامد خواهد شد. از دیدگاه فیزیک مسأله، افزایش پارامتر مکش/دهش باعث کاهش ضخامت لایه‌ی

مرزی دمایی خواهد شد. به بیان دیگر، افزایش f_w باعث افزایش ناسلت محلی برای جامد و سیال می‌شود. افزایش پارامتر f_w باعث افزایش اختلاف ناسلت محلی بین سیال و جامد نیز خواهد شد.

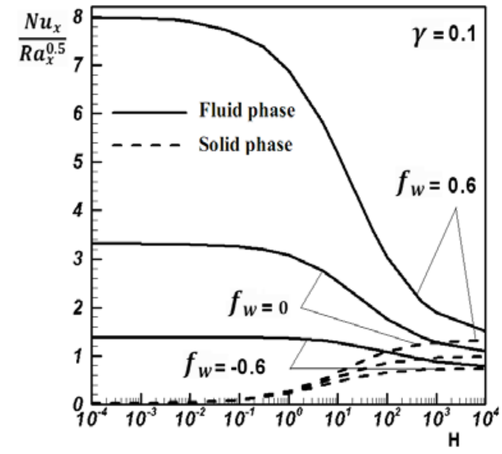


شکل ۲ تغییرات عدد ناسلت با H برای مقادیر مختلف γ, f_w برای سیال و جامد برای حالت وجود گرمای تولیدی (الف. ۰/۱ =γ، ب. ۱ =γ و ج. ۱۰ =γ)

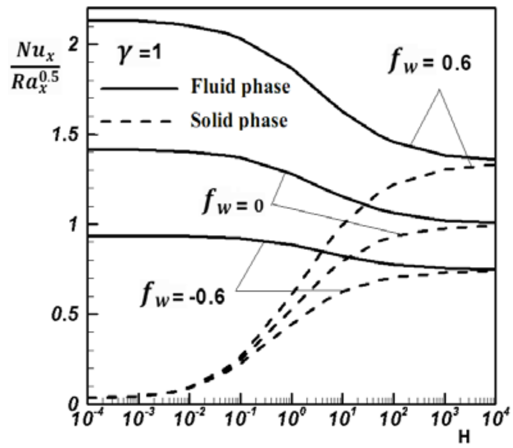


شکل ۳ تغییرات عدد ناسلت با γ برای مقادیر مختلف H, f_w برای سیال و جامد برای حالت وجود گرمای تولیدی (الف. ۱=H، ب. ۱۰ =H و ج. ۱۰۰ =H)

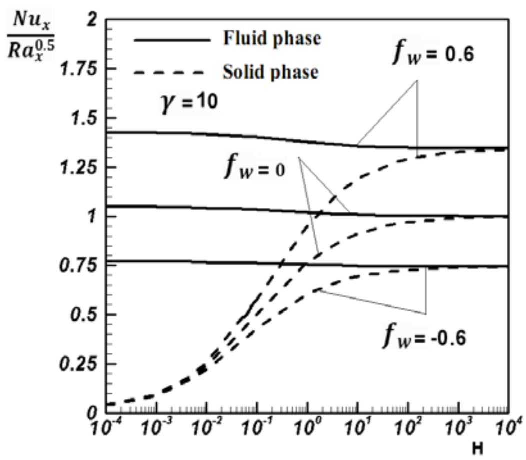
شکل‌های (۴ و ۵) نمودار ناسلت محلی برای سیال و جامد برای مقادیر مختلف پارامتر مکش/دهش در حالت بدون تولید گرمای داخلی را نشان می‌دهند.



(الف)

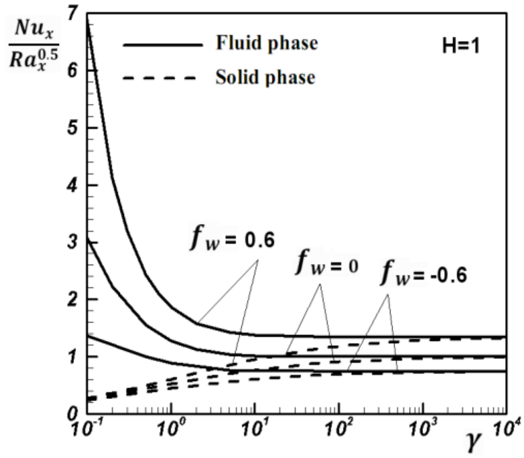


(ب)

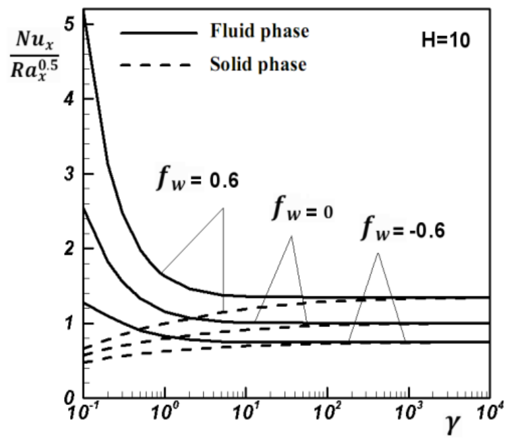


(ج)

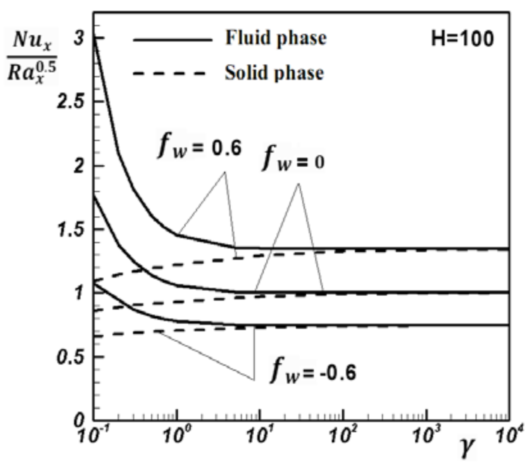
شکل ٤ تغییرات عدد ناسلت با H برای مقادیر مختلف γ, f_w برای سیال و جامد برای حالت بدون گرمای تولیدی (الف. ۰/۱ =γ، ب. ۱ =γ و ج. ۱۰ =γ)



(الف)



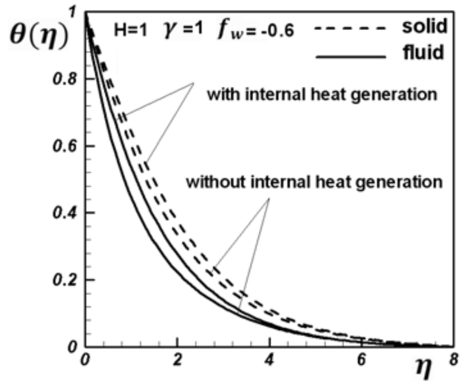
(ب)



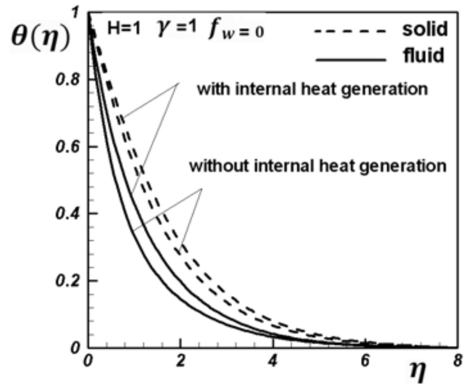
(ج)

شکل ۵ تغییرات عدد ناسلت با γ برای مقادیر مختلف H, f_w برای سیال و جامد برای حالت وجود گرمای تولیدی (الف. ۱=H، ب. ۱۰ =H و ج. ۱۰۰ =H)

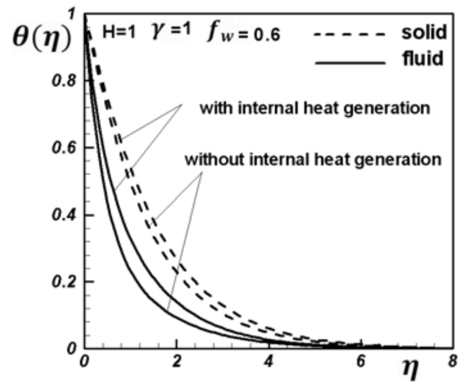
رفتار مشاهده‌شده و توجیه فیزیک انتقال حرارت مشابه نمودارهای گذشته است. با مقایسه‌ی این نمودار با نمودارهای قبل، مشخص است که در حالت بدون تولید گرمای داخلی، مقادیر عدد ناسلت بزرگ‌تر است.



(الف)



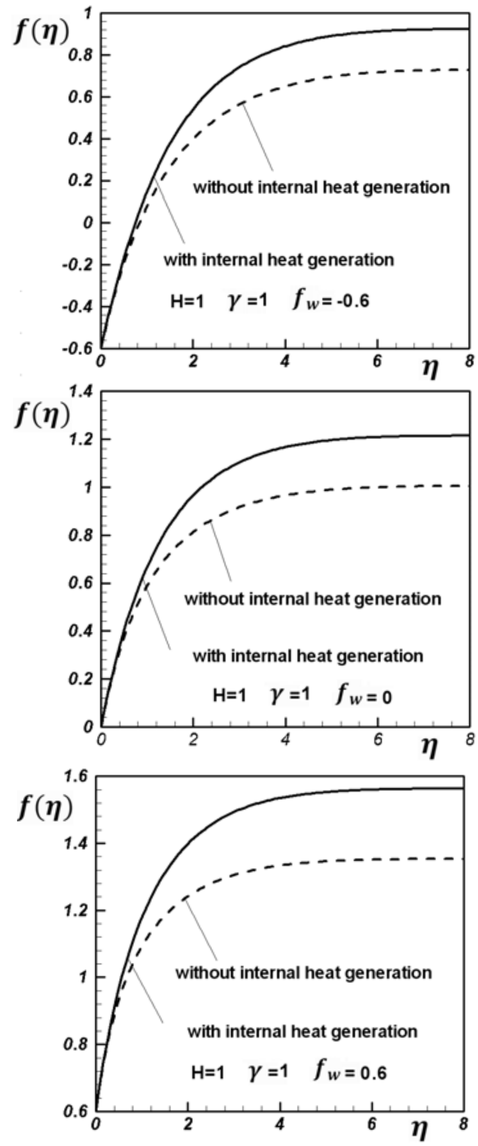
(ب)



(ج)

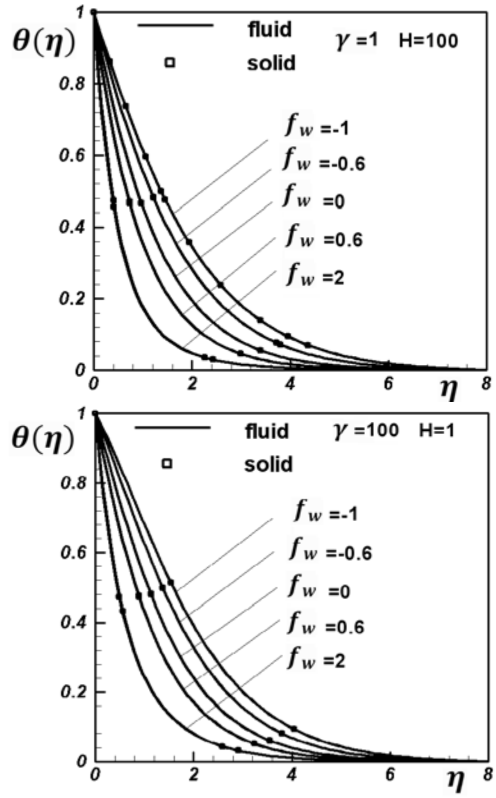
شکل ۶ تغییرات دما برای مقادیر مختلف f_w برای سیال و جامد، (الف. f_w=-۰/۶، ب. f_w = ۰ و ج. f_w = ۰/۶)

شکل (۶) توزیع دما را برای فاز سیال و جامد برای مقادیر مختلف پارامتر مکش/دهش نشان می‌دهد. با توجه به شکل (۶)، دمای فاز جامد بزرگ‌تر از دمای سیال است و دلیل آن این است که دمای فاز جامد به‌طور مستقیم تحت اثر مکش/دهش نیست. هم‌چنین، واضح است که دمای هر دو فاز سیال و جامد، در حالت وجود گرمای داخلی، بزرگ‌تر از حالت بدون تولید گرما است.



شکل ۷ تغییرات f برای مقادیر مختلف f_w

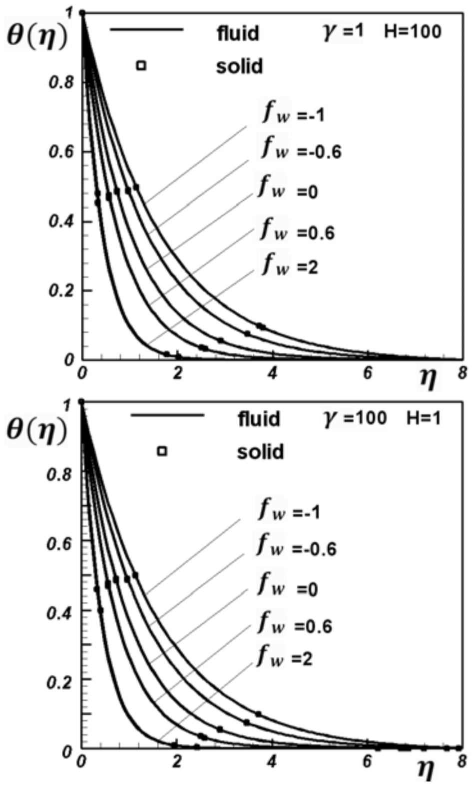
افزایش پارامتر مکش/دهش، باعث کاهش دمای سیال و جامد در هر دو حالت می‌شود و همان‌گونه که قبلاً بحث شد، منجر به کاهش ضخامت لایه‌ی مرزی دمایی می‌گردد. برای وضوح بیش‌تر، شکل (۷) اثرات پارامتر مکش/ دهش را روی $f(\eta)$ در حالت‌های وجود و یا عدم تولید گرمای داخلی نشان می‌دهد. با افزایش f_w مقادیر $f(\eta)$ افزایش می‌یابد. هم‌چنین $f(\eta)$ در حالت وجود تولید گرمای داخلی بزرگ‌تر است.



شکل ۸ تغییرات دما برای مقادیر مختلف f_w, H, γ برای سیال و جامد برای حالت گرمای تولیدی

شکل (۹ و ۸) نیز توزیع دما برای فازهای سیال و جامد را برای مقادیر مختلف f_w, H, γ نشان می‌دهد. در این شکل، مقادیر H و γ به‌صورت حدی انتخاب شده است تا اثر این مقادیر حدی بر ضخامت لایه‌ی مرزی و شرط تعادل حرارتی بیش‌تر نمایان شود.

کاهش ضخامت لایه‌ی مرزی دمایی با افزایش پارامتر مکش/دهش، وجود تعادل حرارتی بین فازها با افزایش H، به‌دلیل افزایش انتقال حرارت در مقیاس حفره و هم‌چنین تأثیر تولید حرارت داخلی بر لایه‌ی مرزی، مجدداً در این شکل نشان داده شده و نتایج به‌دست‌آمده منطبق بر بحث انجام‌شده در پاراگراف‌های گذشته است.



شکل ۹ تغییرات دما برای مقادیر مختلف f_w, H, γ برای سیال و جامد برای حالت بدون گرمای تولیدی

جمع‌بندی

در این مقاله، انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد روی یک صفحه‌ی عمودی با استفاده از فرض عدم‌تعادل حرارتی بین دو فاز سیال و جامد بررسی شد. مسأله برای حالتی که در فاز سیال منبع تولید حرارت وجود دارد، مورد تحلیل قرار گرفته است. ضمناً، در حالت عدم تولید گرمای داخلی نیز نتایج بررسی و تحلیل شده

است. برای اعتبارسنجی روش حل تشابهی ارائه‌شده در این مقاله، نتایج به‌دست‌آمده از حالت تعادل حرارتی نیز ارائه شده و با نتایج سایر مؤلفان مقایسه شده است. از دیدگاه فیزیک مسأله، افزایش پارامتر مکش/دهش باعث کاهش ضخامت لایه‌ی مرزی دمایی می‌شود و منجر به افزایش ناسلت محلی برای هر دو فاز می‌گردد. افزایش پارامتر H باعث کاهش ناسلت محلی برای فاز سیال و افزایش ناسلت محلی برای فاز جامد می‌شود. بنابراین برای رسیدن به حالت تعادل حرارتی بین فازها، می‌توان مقدار پارامتر H را به‌اندازه‌ی کافی بزرگ اختیار کرد. علاوه بر این، کاهش پارامتر H به‌معنی افزایش ضخامت لایه‌ی مرزی دمایی فاز جامد است، که در حالت حدی متناسب با میل کردن عدد ناسلت فاز جامد به سمت صفر خواهد بود. در حالت بدون تولید گرمای داخلی در فاز سیال، مقادیر عدد ناسلت بزرگ‌تر است.

مراجع

1. Badruddin, I.A., Zainal, Z.A., Khan, Z.A. and Mallick, Z., "Effect of viscous dissipation and radiation on natural convection in a porous medium embedded within vertical annulus", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 46, pp. 221–227, (2007).
2. Cheng, C.Y., "Soret and Dufour effects on free convection boundary layer over a vertical cylinder in a saturated porous medium", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 796–800, (2010).
3. Elaiw, A.M., Ibrahim, F.S and Bakr, A.A., "Variable permeability and inertia effect on vortex in stability of natural convection flow over horizontal permeable plates in porous media", *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 14, pp. 2190–2201, (2009).
4. Krishna, D.J., Basak, T. and Das, S.K., "Natural convection in a heat generating hydrodynamically and thermally anisotropic non-Darcy porous medium", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, pp. 4691–4703, (2008).
5. Makinde, O.D., "Free convection flow with thermal radiation and mass transfer past a moving vertical porous plate", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 32, pp. 1411–1419, (2005).
6. Nazar, R., Arifin, N.M. and Pop, I., "Free convection boundary layer flow over vertical and horizontal flat plates embedded in a porous medium under mixed thermal boundary conditions", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 33, pp. 87-93, (2006).
7. Jayanthi, S. and Kumari, M., "Effect of variable viscosity on non-Darcy free or mixed convection flow on a vertical surface in a non-Newtonian fluid saturated porous medium", *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 186, pp. 1643–1659, (2007).
8. Postelnicu, A., Groşan, T. and Pop, I., "Free convection boundary-layer over a vertical permeable flat plate in a porous medium with internal heat generation", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 27, Issue 5, pp. 729–738, (2000).
9. Ali, M.E., "The effect of lateral mass flux on the natural convection boundary layers induced by a

heated vertical plate embedded in a saturated porous medium with internal heat generation", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 46, pp. 157–163, (2007).

10. Wang, C., Liao, S. and Zhu, J., "An explicit solution for the combined heat and mass transfer by natural convection from a vertical wall in a non-Darcy porous medium", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, pp. 4813–4822, (2003).
11. Hossain, M.A., Vafai, K. and Khanafer, K.M.N., "Non-Darcy natural convection heat and mass transfer along a vertical permeable cylinder embedded in a porous medium", *Int. J. Therm. Sci*., Vol. 38, pp. 854-862, (1999).
12. Shakeri, E., Nazari, M. and Kayhani, M.H., "Free Convection heat transfer over a vertical cylinder in a saturated porous medium using a local thermal non-equilibrium model", *Transport Porous Med*., Vol. 93, pp. 453–460, (2012).
13. Cheng, P., "The influence of lateral mass flux on free convection boundary layers in a saturated porous medium", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 20, pp. 201-206, (1977).
14. Nouri-Borujerdi, A., Noghrehabadi, A.R., Rees, D. and Andrew S., "The effect of local thermal non-equilibrium on impulsive conduction in porous media", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 3244–3249, (2007).
15. Nouri-Borujerdi, A., Noghrehabadi, A.R., Rees, D. and Andrew, S., "The linear stability of a developing thermal front in a porous medium: The effect of local thermal non-equilibrium", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 3090–3099, (2007).
16. Rees, D., Andrew S., Bassom, A.P. and Siddheshwar, P.G., "Local thermal non-equilibrium effects arising from the injection of a hot fluid into a porous medium", *J. Fluid Mech*., Vol. 594, pp. 379–398, (2008).
17. Magyari, E. and Keller, B., "Exact analytical solutions for free convection boundary layers on a heated vertical plate with lateral mass flux embedded in a saturated porous medium", *Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 109-116, (2000).